Univ. de Talca. Álgebra (2017-1) **Prueba parcial 3**

Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Total	Nota

Instrucciones:
- **NO HAY CONSULTAS**. Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
- Conteste en forma ordenada y justifique adecuadamente cada respuesta.
- Queda prohibido el uso de calculadoras programables, formulario y **celulares**.

Nota $= 1 + \frac{Puntos}{10}$. **Duración** = 60 minutos

---

1) **[15 pts.]** Considere el polinomio $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 6x - 4$.

   a) Encuentre los valores de a y b, si se sabe que -1 es una raiz, y además al dividir $p(x)$ por $(x-2)$ nos da resto 24.

   b) Con los valores encontrados anteriormente descomponer COMPLETAMENTE el polinomio sobre los reales.

2) **[10 pts.]** Descomponer en fracciones parciales $\dfrac{5x^2+7}{(x+2)(x-1)^2}$.

3) **[20 pts.]** Determine la ecuación de la circunferencia, si sabemos que el segmento que une los vértices de la hipérbola $4x^2 - 16x - 9y^2 + 18y + 43 = 0$ es un diámetro de la circunferencia.

4) **[15 pts.]** Una industria contruye 2 tipos de mesas distintos (M_1 y M_2). Para cada mesa se usan cierta cantidad de unidades de madera de tres tipos distintos dados por la siguiente tabla.

	M_1	M_2
Cedro	3	1
Roble	2	1
Pino	2	2

Se sabe además que la ganancia por cada mesa vendida del tipo M_1 es \$30,000 y por la del tipo M_2 es \$20,000.
En el último cargamento llegaron 9,000 unidades de Cedro, 7,000 de Roble y 12,000 de Pino. ¿cuantas mesas de cada tipo debe contruir la industria para producir la mayor cantidad de ganancia posible? ¿Cuanto es esa ganancia?

Desarrollo

1) a) Como -1 es una raiz se sabe que $p(-1) = 0$, de donde obtenemos la ecuación:

$$3 - a + b = 0$$

(3 pts.) Ahora bien, como el resto al dividir por $(x-2)$ debe ser 24, tenemos que $p(2) = 24$ de donde obtenemos la ecuacion:

$$2a + b = 6$$

(3 pts.) Finalmente si resolvemos el sistema formado por estas dos ecuaciones nos da que $a = 3$ y $b = 0$, por lo que:

$$p(x) = x^4 + 3x^3 - 6x - 4$$

(2 pts.)

b) La factorización completa sería:

$$p(x) = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x + 1)(x + 2)$$

(7 pts. a considerar)

2) Debemos realizar fracciones parciales a $\dfrac{5x^2 + 7}{(x + 2)(x - 1)^2}$, de dónde obtenemos:

$$\frac{5x^2 + 7}{(x + 2)(x - 1)^2} = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$$

(2 pts.) De donde obtenemos que $A = 3$, $B = 2$ y $C = 4$.(2 pts. cada valor) Así finalmente la descomposición en fracciones parciales de $p(x)$ sería:

$$\frac{5x^2 + 7}{(x + 2)(x - 1)^2} = \frac{3}{x + 2} + \frac{2}{x - 1} + \frac{4}{(x - 1)^2}$$

(2 pts.)

3) La ecuación de la hipérbola es

$$\frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1$$

(5 pts.) Por lo que los vértices son $(2,3)$ y $(2,-1)$(5 pts.). Al ser este un diámetro de la circunferencia tenemos que el centro es $(2,1)$ y el radio 2(5 pts.), de dónde nos queda que la ecuación es:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$$

(5 pts.)

4) Sea x la cantidad de mesas del tipo M_1 construidas e y la cantidad de mesas del tipo M_2 construidas.La información se puede resumir en la siguiente tabla:

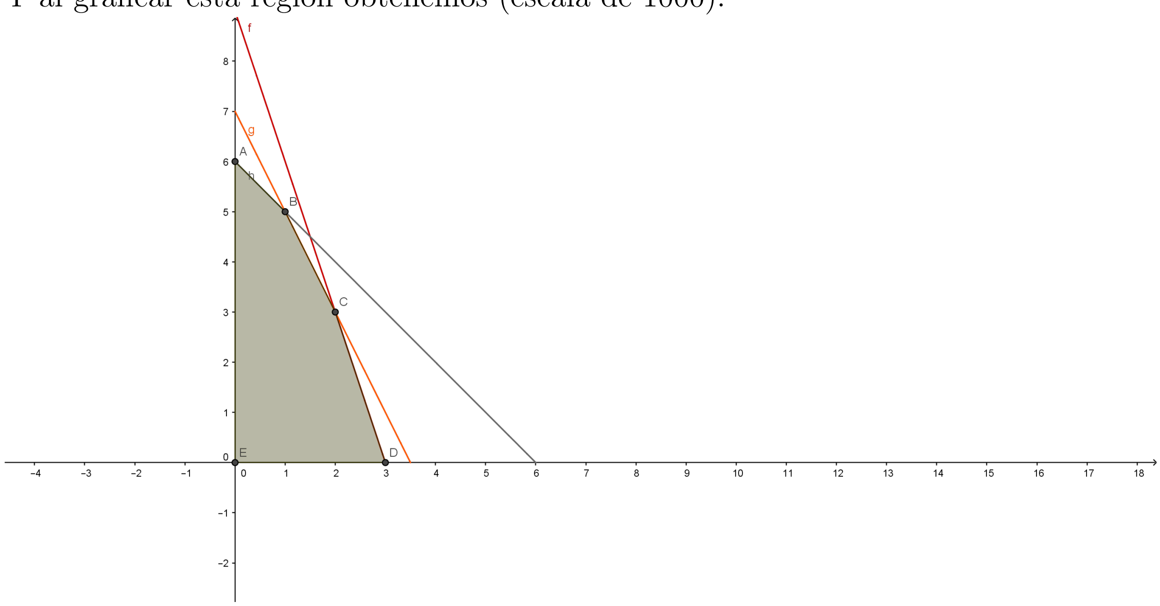
	M_1	M_2
Cedro	3	1
Roble	2	1
Pino	2	2

Luego tenemos las siguientes inecuaciones considerando la cantidad de cada tipo de madera disponible:

$$\begin{aligned} 3x + y &\leq 9{,}000 \\ 2x + y &\leq 7{,}000 \\ 2x + 2y &\leq 12{,}000 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

(1 pto. cada inecuación)

Y al graficar esta región obtenemos (escala de 1000):



Dónde los vértices son:

$$(0, 0), (3000, 0), (2000, 3000), (1000, 5000), (0, 6000)$$

(5 pts.) Ahora bien, la función objetivo va a estar dada por .

$$g(x, y) = 30{,}000x + 20{,}000y$$

De dónde obtenemos los siguientes valores al evaluar en los vértices:

$$\begin{aligned}
&g(0, 0) = 0 \\
&g(3000, 0) = 90{,}000{,}000 \\
&g(2000, 3000) = 120{,}000{,}000 \\
&g(1000, 5000) = 130{,}000{,}000 \\
&g(0, 6000) = 120{,}000{,}000
\end{aligned}$$

Concluimos que la mayor ganancia se alcanza al construir 1,000 mesas del tipo M_1 y 5,000 mesas del tipo M_2, y que la gananaica en ese caso es de 120 millones de pesos. (5 pts.)